**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

**I. KHỐI TÂM**

**1. Khối tâm của hệ chất điểm**

***a) Vectơ vị trí khối tâm:*** 

Trong đó:  là tổng khối lượng của hệ n chất điểm.

***b) Tọa độ khối tâm của hệ n chất điểm trong hệ tọa độ Descartes:***

  

Trong đó: (xi, yi, zi), mi lần lượt là tọa độ và khối lượng của chất điểm thứ i.

**2. Khối tâm của vật rắn**

****

Trong đó:

* M là khối lượng của vật rắn.
* r là khoảng cách từ phần tử có khối lượng dm của vật rắn đến gốc tọa độ.

- Trong hệ tọa độ Descartes:

  

**3. Chuyển động của khối tâm**

***a) Vận tốc khối tâm: ***

Trong đó: là vận tốc của chất điểm thứ i.

***b) Gia tốc khối tâm:* **

Trong đó: là gia tốc của chất điểm thứ i.

***c) Phương trình chuyển động của khối tâm:***

****

Trong đó: là tổng ngoại lực tác dụng lên hệ.

|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 1:** Trong hệ tọa độ xOy cho ba quả cầu nhỏ có khối lượng là m1 = 1 kg, m2 = 2 kg và m3 = 3 kg được gắn lần lượt tại các điểm có tọa độ A(2, 3), B(-4, 0) và D.  a) Cho biết tọa độ điểm D(4, -2), xác định tọa độ khối tâm của hệ ba quả cầu đó?  b) Để hệ ba quả cầu có khối tâm nằm tại gốc tọa độ O thì điểm D phải có tọa độ bằng bao nhiêu? |

***Hướng dẫn giải:***

a) Áp dụng công thức tính tọa độ khối tâm của hệ chất điểm, ta có:

;

.

b) Để hệ ba quả cầu có khối tâm nằm tại gốc tọa độ O thì



. Vậy tọa độ điểm D là (2, -1).

**Câu 3:** Thanh AB mảnh, đồng chất, tiết diện đều có chiều dài 80 cm, khối lượng m phân bố đều. Vật nhỏ có khối lượng 3m được gắn ở đầu B của thanh. Khối tâm của hệ (thanh và vật) cách đầu A của thanh một đoạn là

A. 70 cm. B. 20 cm. C. 10 cm. D. 60 cm.

***Hướng dẫn giải:***

Thanh và vật nằm trên trục Ox.

Chọn gốc tọa độ tại đầu A của thanh

Hệ chất điểm: thanh (m1 = m, x1=40cm), vật (m2=3m, x2=80 cm)

Sử dụng công thức.

**Câu 4:** Có ba quả cầu nhỏ đồng chất khối lượng m1, m2 và m3 được gắn theo thứ tự tại các điểm A, B và C trên một thanh AC hình trụ mảnh, cứng, có khối lượng không đáng kể, sao cho thanh xuyên qua tâm của các quả cầu. Biết m1 = 3m2 = 3m và AB = BC. Để khối tâm của hệ (thanh và ba quả cầu) nằm tại trung điểm của AB thì khối lượng m3 bằng

A.  B.  C.  D. 3m.

***Hướng dẫn giải:***

O=Center

B

B

C

A

AB = BC, nghĩa là B là trung điểm AC.

3 chất điểm nằm trên trục Ox. Gốc tọa độ tại trung điểm AB.

A(m1 = 3m, x1 = -l/4), B(m2 = m, x2=l/4), C(m3, x3=l/2+l/4=3l/4).



|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 2:** Xác định tọa độ khối tâm của một vật phẳng mỏng đồng chất, khối lượng phân bố đều có dạng như hình vẽ trong hệ tọa độ xOy.  O0  x  9  y  9  18 |

***Hướng dẫn giải:***

O

x

9

y

9

18

y1

y2

x1

x2

C1

C2

- Gọi σ là khối lượng trên một đơn vị diện tích (mật độ khối lượng mặt).

- Ta chia vật phẳng này thành 2 phần:

+ Phần 1 (hình tam giác vuông): có khối lượng m1 và khối tâm nằm tại điểm C1 (khối tâm của hình tam giác chính là trọng tâm hình học của nó), do đó:



+ Phần 2 (hình vuông): có khối lượng m2 và khối tâm nằm tại điểm C2 (khối tâm của hình vuông chính là giao điểm của hai đường chéo), do đó:



- Tọa độ khối tâm của vật phẳng là:

;

.

Vậy khối tâm của vật phẳng mỏng có tọa độ là C (4, 7).

**Câu 7:** Tọa độ khối tâm của một vật phẳng mỏng đồng chất, khối lượng phân bố đều có dạng như hình vẽ trong hệ tọa độ xOy là

O0

x

12

y

6

6

**A.** (). **B.** ().

**C.** (). **D.** ().

**Câu 9:** Một đĩa tròn mỏng đồng chất, khối lượng phân bố đều, tâm O bán kính R. Người ta khoét một lỗ tròn tâm O1 bán kính r < R/2 như hình vẽ, với OO1 = R/2. Khối tâm của phần còn lại cách O một đoạn bằng

O

O1

r

A. B.



C. D.



***Hướng dẫn giải:***

Chọn O làm gốc tọa độ, ρ là mật độ khối lượng)

Chất điểm 1: O (đặc toàn bộ)(m1 = ρ.πR2, x1 = 0)

Chất điểm 2: O1(Khối lượng âm) (m2 = -ρ.π(R/2)2, x2=R/2)



**2. Momen quán tính****đối với một trục**

***a) Momen quán tính của chất điểm:***



với r là khoảng cách từ chất điểm có khối lượng m đến trục quay.

***b) Momen quán tính của hệ chất điểm:***



với ri là khoảng cách từ chất điểm có khối lượng mi đến trục quay.

***c) Momen quán tính của vật rắn:***



với r là khoảng cách từ phần tử có khối lượng dm của vật rắn đến trục quay.

d

|  |  |
| --- | --- |
| - Momen quán tính củavành tròn mảnh (hoặc hình trụ rỗng) đồng chất có bán kính R, khối lượng m phân bố đều, đối với trục quay đi qua tâm vành và vuông góc với mặt phẳng vành: |  |
| - Momen quán tính củađĩa tròn đặc (hoặc hình trụ đặc) đồng chất có bán kính R, khối lượng m phân bố đều, đối với trục quay đi qua tâm đĩa và vuông góc với mặt phẳng đĩa: |  |
| - Momen quán tính củathanh thẳng mảnh đồng chất tiết diện đều có chiều dài ℓ, khối lượng m phân bố đều, đối với trục quay đi qua khối tâm của thanh và vuông góc với thanh: |  |
| - Momen quán tính củaquả cầu đặc đồng chất có bán kính R, khối lượng m phân bố đều, đối với trục quay đi qua tâm đối xứng của quả cầu: |  |
| - Momen quán tính củaquả cầu rỗng (vành rất mỏng) đồng chất có bán kính R, khối lượng m phân bố đều, đối với trục quay đi qua tâm đối xứng của quả cầu: |  |

***d) Định lí Steiner – Huyghens:***



Trong đó:

* m là khối lượng của vật rắn.
* IC là momen quán tính của vật rắn đối với trục đi qua khối tâm C của vật rắn.



* I là momen quán tính của vật rắn đối với trục song song với trục và cách trục một khoảng d.



|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 11:** Một đĩa tròn đặc đồng chất có bán kính R, khối lượng m phân bố đều, người ta khoét hai lỗ tròn có bán kính R/2 như hình vẽ. Xác định momen quán tính củaphần đĩa còn lại đối với trục quay đi qua tâm O và vuông góc với mặt phẳng đĩa. |

***Hướng dẫn giải:***

***I = IO – I1 – I2***

***Io: moment quán tính của đĩa chưa bị khoét có trục quay qua tâm O và vuông góc với mặt đĩa***

***Io = ½. mR2***

***I1: moment quán tính của phần đĩa 1 bị khoét (đặc) có trục quay qua tâm O và vuông góc với mặt đĩa.***

***I1 = 1/2m1.(R/2)2+m1.(R/2)2.***

***I2: moment quán tính của phần đĩa 1 bị khoét (đặc) có trục quay qua tâm O và vuông góc với mặt đĩa.***

***I2 = 1/2m2.(R/2)2+m2.(R/2)2.***

* Tính khối lượng m1, m2 theo m
* m1 = ρS1=m/πR2 .π(R/2)2=m/4.
* m2 = m1 = m/4

- Gọi I, I0, I1, I2 lần lượt là momen quán tính củađĩa tròn có bán kính R khi chưa bị khoét, của phần đĩa còn lại và của hai đĩa tròn nhỏ bị khoét đi có bán kính R/2, đối với trục quay đi qua tâm O và vuông góc với mặt phẳng đĩa, ta có:

y

O

O1

O2

R

R/2

(1)



- Mặt khác:



- Theo định lí Steiner – Huyghens:

(2)



Trong đó: m1 là khối lượng của một đĩa tròn nhỏ bị khoét đi có bán kính R/2. Vì khối lượng phân bố đều trên toàn diện tích nên:

(3)



- Thay (3) vào (2):



- Từ (1) suy ra: .



**Đề bài các câu 34 – 38:** Ba chất điểm có khối lượng m1 = 1 kg, m2 = 2 kg, và m3 = 3 kg được đặt lần lượt tại ba đỉnh A, B, C của tam giác đều ABC có cạnh a = 1 m. Momen quán tính của hệ đối với trục quay

**Câu 34:** đi qua đỉnh A và vuông góc với mặt phẳng tam giác là

A. 3 kg.m2. B. 5 kg.m2. C. 4 kg.m2. D. 6 kg.m2.

**Câu 35:** đi qua tâm O của tam giác và vuông góc với mặt phẳng tam giác là

A. 2 kg.m2. B. 0,5 kg.m2. C. 4 kg.m2. D. kg.m2.



**Câu 36:** đi qua trung điểm của BC và vuông góc với mặt phẳng tam giác là

A. 1 kg.m2. B. 3 kg.m2. C. 4 kg.m2. D. 2 kg.m2.

**Câu 37:** chứa đường cao BH của tam giác là

A. 0,75 kg.m2. B. 1,25 kg.m2. C. 1,00 kg.m2. D. 4,00 kg.m2.

**Câu 38:** chứa cạnh AC của tam giác là

A. 1,5 kg.m2. B. 0,5 kg.m2. C. 3,0 kg.m2. D. kg.m2.



**Câu 39:** Thứ nguyên của momen quán tính là

A. B. C. D.



**Câu 40:** Momen quán tính của một thanh thẳng mảnh đồng chất tiết diện đều có chiều dài L, khối lượng m phân bố đều, đối với một trục đi qua một điểm trên thanh và vuông góc với thanh là I = mL2/9. Khoảng cách từ trục quay tới khối tâm của thanh là

A. L/3. B. L/6. C. L/36. D. L/4.

**Đề bài các câu 141 – 144:** Một đĩa tròn đặc đồng chất có tâm O bán kính R, khối lượng m phân bố đều, người ta khoét một lỗ tròn có bán kính R/2 như hình vẽ. Momen quán tính củaphần đĩa còn lại đối với trục quay

y

O

O1

R

R/2

**Câu 141:** đi qua tâm O và vuông góc với mặt đĩa là

A. B.



C. D.



**Câu 142:** đi qua tâm O1 của lỗ tròn và vuông góc với mặt đĩa là

A. B. C. D.



**Câu 143:** đi qua khối tâm của phần còn lại và vuông góc với mặt đĩa là

A. B. C. D.



**Câu 144:** đi qua O và O1 là

A. B. C. D.



**II. ĐỘNG LƯỢNG, ĐỘNG NĂNG CỦA HỆ CHẤT ĐIỂM**

**1. Động lượng của hệ chất điểm**



**2. Định luật bảo toàn động lượng của hệ chất điểm**

***a) Hệ chất điểm cô lập:***



***b) Sự bảo toàn động lượng theo một phương:***

- Hệ chất điểm không cô lập:



- Nếu



**3. Động năng của hệ chất điểm**



|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 4:** Một khẩu súng đại bác đang đứng yên trên mặt phẳng ngang không ma sát. Súng bắn ra một viên đạn với vận tốc v0 hợp với phương ngang một góc α. Biết khối lượng của súng là M, khối lượng của của viên đạn là m. Xác định vận tốc của khẩu súng ngay sau khi bắn. |

***Hướng dẫn giải:***

Xét hệ gồm “khẩu súng và viên đạn”:

- Trước khi bắn, vì hệ đứng yên nên tổng động lượng của hệ bằng 0:

(1)



- Sau khi bắn, nếu gọi là vận tốc của khẩu súng thì tổng động lượng của hệ là:



(2)



- Vì theo phương ngang không có ngoại lực tác dụng lên hệ (không có lực ma sát, còn trọng lực và phản lực đều hướng theo phương thẳng đứng) nên động lượng của hệ được bảo toàn theo phương ngang (chọn là phương Ox), do đó:

(3)



- Chiếu các phương trình (1) và (2) lên phương ngang (phương Ox), rồi kết hợp với (3), ta được:

.



Dấu “-” chứng tỏ khẩu súng bị giật lùi sau khi bắn.

|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 5:** Một chiếc thuyền AB có chiều dài ℓ, khối lượng m1, đang đứng yên trên mặt nước phẳng lặng. Một người có khối lượng m2 đứng ở đầu A của thuyền. Khi người đó đi từ đầu A đến đầu B thì thuyền dịch chuyển đối với nước một đoạn bằng bao nhiêu? Bỏ qua lực cản của nước, coi khối tâm của thuyền nằm ở chính giữa thuyền. |

***Hướng dẫn giải:***

- Chọn trục tọa độ Ox nằm ngang, gốc O trùng với đầu B của thuyền như hình vẽ.

- Xét hệ gồm “thuyền và người”: Vì theo phương ngang không có ngoại lực tác dụng lên hệ (bỏ qua lực cản của nước, còn trọng lực tác dụng lên thuyền + người và phản lực của nước lên thuyền đều hướng theo phương thẳng đứng) nên động lượng của hệ được bảo toàn theo phương ngang (phương Ox), do đó: px = hằng số.

x

O

ℓ

A

B

x1

x2

x

O

ℓ

A

B

x'2

x'1

d

- Mặt khác: = hằng số.



Suy ra: = hằng số. Vì ban đầu hệ đứng yên nên , tức là khối tâm của hệ không dịch chuyển theo phương Ox (xC = hằng số).



- Ban đầu: (1)



- Sau khi người đi từ đầu A đến đầu B, gọi d là độ dịch chuyển của thuyền đối với nước, ta có:

(2)



- Từ (1) và (2) suy ra: .



**Câu 129:** Một viên đạn đang bay theo phương ngang ở độ cao 2 km với vận tốc 450 km/h thì nổ thành hai mảnh có khối lượng 300 g và 500 g. Ngay sau khi nổ, mảnh to bay theo phương thẳng đứng xuống dưới và vận tốc của nó ngay trước khi chạm đất là 400 m/s. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy g = 10 m/s2. So với mặt đất, độ cao cực đại mà mảnh nhỏ đạt được là

A. 52/3 km. B. 56/3 km. C. 58/3 km. D. 50/3 km.

**Câu 130:** Một chiếc thuyền AB có khối lượng 450 kg, đang đứng yên trên mặt nước phẳng lặng. Một người có khối lượng 50 kg đứng ở đầu A của thuyền. Khi người đó đi từ đầu A đến đầu B thì thuyền dịch chuyển đối với nước một đoạn bằng 2 m. Bỏ qua lực cản của nước, coi khối tâm của thuyền nằm ở chính giữa thuyền. Chiều dài của thuyền là

A. 18 m. B. 20 m. C. 25 m. D. 30 m.

**III. MOMEN LỰC, MOMEN QUÁN TÍNH**

**1. Momen lực đối với một trục**



- Độ lớn:



Trong đó:

* là góc giữa vectơ vị trí và vectơ lực ;



* là cánh tay đòn.



***\* Lưu ý***: Ở đây ta chỉ xét trường hợp và nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay. Trong trường hợp không nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay thì ta phân tích lực thành hai thành phần: thành phần nằm trong mặt phẳng vuông góc với và thành phần song song với (momen của đối với bằng không).



|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 6:** Một ròng rọc có bán kính R = 20 cm có thể quay quanh trục ∆ đi qua tâm O và vuông góc với ròng rọc. Trong mặt phẳng vuông góc với trục quay ∆, tác dụng lên vành ròng rọc các lực có độ lớn F1 = N, F2 = 50 N, F3 = 40 N và có phương hợp với bán kính tương ứng các góc α1 = 60º, α2 = 90º, α3 = 150º như hình vẽ. Xác định momen lực tổng hợp của ba lực đó đối với trục ∆? |

***Hướng dẫn giải:***

- Momen lực tổng hợp (giá trị đại số):

R







O

α2

α3

α1

(**+**)

(1)



- Chọn chiều dương là chiều kim đồng hồ như hình vẽ.

+ Lực có tác dụng làm ròng rọc quay ngược chiều kim đồng hồ nên momen của lực có giá trị âm:



(2)



+ Lực có tác dụng làm ròng rọc quay ngược chiều kim đồng hồ nên momen của lực có giá trị âm:



 (3)

+ Lực có tác dụng làm ròng rọc quay cùng chiều kim đồng hồ nên momen của lực có giá trị dương:



(4)



- Từ (1), (2), (3) và (4) suy ra:



Hay



- Thay số: N.m.



Vậy độ lớn momen lực tổng hợp là 12 N.m. Dấu “-” chứng tỏ momen lực tổng hợp có tác dụng làm ròng rọc quay ngược chiều kim đồng hồ.

**Câu 19:** Một thanh nhẹ AB = 100 cm có thể quay quanh một trục cố định ∆ đi qua đầu A và vuông góc với thanh. Gọi C là trung điểm của AB. Trong mặt phẳng vuông góc với trục quay ∆, tác dụng lên thanh tại các điểm A, C, B các lực có độ lớn tương ứng F1 = 100 N, F2 = 20 N, F3 =  N. Biết  vuông góc với thanh, , . Momen lực tổng hợp của ba lực đó đối với trục ∆ có độ lớn là

A. 60 N.m. B. 40 N.m. C. N.m. D. 50 N.m.

**V. MOMEN ĐỘNG LƯỢNG**

**1. Momen động lượng**

***a) Momen động lượng của chất điểm*** ***đối với điểm gốc O:***

******

Trong đó:

*  là vectơ vị trí;
*  là động lượng của chất điểm.

- Độ lớn: 

với .

***b) Momen động lượng của hệ chất điểm đối với điểm gốc O:***



***c) Momen động lượng của vật rắn*** ***đối với một trục quay cố định*** ***:***

 hay 

Trong đó:

* I là momen quán tính của vật rắn đối với trục ;
*  là tốc độ góc của vật rắn.

**2. Định lí về momen động lượng**

 hay 

với M là tổng đại số momen của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn đối với trục quay .

**3. Định luật bảo toàn momen động lượng**

- Nếu  thì :



- Đối với hệ quay quanh một trục cố định:



- Dạng thường sử dụng:



Trong đó:

*  và  lần lượt là momen quán tính lúc đầu và lúc sau của vật rắn đối với trục quay ;
*  và  lần lượt là tốc độ góc lúc đầu và lúc sau của vật rắn.

|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 18:** Một thanh thẳng mảnh đồng chất tiết diện đều có chiều dài ℓ, khối lượng M phân bố đều, có thể quay tự do quanh trục thẳng đứng đi qua khối tâm C của thanh và vuông góc với thanh. Ban đầu thanh đang đứng yên. Một viên đạn có khối lượng m bay trong mặt phẳng ngang với vận tốc  hợp với thanh một góc α và cắm vào một đầu của thanh. Tìm tốc độ góc của thanh ngay sau va chạm? |

***Hướng dẫn giải:***

- Ngay trước va chạm:

+ Momen động lượng của viên đạn đối với trục quay đi qua C:



+ Momen động lượng của thanh bằng 0 vì ban đầu thanh đứng yên.

- Ngay sau va chạm:

α

•

m

C



ℓ/2

+ Momen quán tính của hệ “thanh + viên đạn” đối với trục quay đi qua C:



+ Momen động lượng của hệ “thanh + viên đạn” đối với trục quay đi qua C: 

- Vì tổng momen ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không (trọng lực có phương thẳng đứng, song song với trục quay nên không gây ra momen quay) nên momen động lượng của hệ được bảo toàn, do đó: 

 .

|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 17:** Một người (coi là chất điểm) có khối lượng m = 50 kg đứng trên mép một sàn tròn bán kính R đang quay đều với tốc độ góc 0,5 rad/s quanh trục thẳng đứng đi qua tâm sàn. Khi người đó đi từ mép sàn tới điểm cách trục quay R/2 thì tốc độ góc của sàn bằng bao nhiêu? Coi sàn là đĩa tròn đồng chất có khối lượng M = 50 kg phân bố đều. Bỏ qua ma sát ở trục quay. |

***Hướng dẫn giải:***

- Momen quán tính của hệ “người + sàn” khi người ở mép sàn:

.

- Momen quán tính của hệ “người + sàn” khi người cách trục quay R/2:

.

- Vì tổng momen ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không (trọng lực có phương thẳng đứng, song song với trục quay nên không gây ra momen quay) nên momen động lượng của hệ được bảo toàn, do đó:

 

Thay số ta được:  rad/s.

**Câu 81:** Một đĩa tròn, phẳng, mỏng quay đều quanh một trục cố định đi qua tâm và vuông góc với mặt đĩa. Gọi  và  lần lượt là tốc độ góc của điểm A ở vành đĩa và của điểm B (thuộc đĩa) ở cách tâm một đoạn bằng 1/3 bán kính của đĩa. Hệ thức liên hệ giữa  và  là

A.  B.  C.  D. 

**Câu 91:** Một đĩa đặc có thể quay xung quanh trục đối xứng  đi qua tâm và vuông góc với mặt đĩa. Đĩa chịu tác dụng của một momen lực không đổi . Trong  tốc độ góc của đĩa tăng từ  đến . Momen quán tính của đĩa đối với trục  là

**A.**   **B.**   **C.**   **D.** 

**Câu 92:** Một momen lực có độ lớn  tác dụng vào một bánh xe có momen quán tính đối với trục bánh xe là . Nếu bánh xe quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ thì sau bao lâu kể từ thời điểm  động năng quay của bánh xe có giá trị là ?

**A.**   **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 93:** Một đĩa tròn bán kính  và có momen quán tính đối với trục quay đi qua tâm và vuông góc với đĩa là . Bỏ qua mọi ma sát. Để đĩa có thể quay nhanh dần đều với gia tốc góc  thì cần phải tác dụng một lực  tiếp tuyến với vành đĩa và có độ lớn bằng

A.  B.  C.  D. 

**IV. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN**

**1. Chuyển động tịnh tiến**

***a) Phương trình chuyển động tịnh tiến:***



Trong đó:

* F là tổng ngoại lực tác dụng lên vật rắn.
* m là khối lượng vật rắn.

***b) Động năng tịnh tiến:***



**2. Chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định**

***a) Chuyển động quay đều:***

* Tốc độ góc không đổi: 
* Gia tốc góc bằng không: 
* Tọa độ góc tại thời điểm t: 

Trong đó:  là tọa độ góc ban đầu (tại thời điểm ).

- Chu kì: 

- Tần số: 

- Tốc độ góc (tần số góc): 

***b) Chuyển động quay biến đổi đều:***

* Gia tốc góc không đổi: 
* Tốc độ góc tại thời điểm t: 
* Tọa độ góc tại thời điểm t: 
* Công thức liên hệ giữa tốc độ góc và tọa độ góc:



- Nếu  thì: , 

- Nếu  và  cùng dấu, tức là : chuyển động quay là *nhanh dần*.

- Nếu  và  trái dấu, tức là : chuyển động quay là *chậm dần*.

Trong đó:  là tốc độ góc ban đầu (tại thời điểm ).

***c) Mối liên hệ giữa tốc độ dài , tốc độ góc , gia tốc dài , gia tốc góc* *, gia tốc tiếp tuyến  và gia tốc pháp tuyến  của một điểm trên vật rắn, quay xung quanh một trục cách điểm đó một khoảng  (bán kính quay):***

, , ,



- Hướng của vectơ gia tốc dài  tạo một góc  với bán kính:



***d) Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định:***

 hay 

Trong đó:

* M là tổng đại số momen của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn đối với trục quay ;
* I là momen quán tính của vật rắn đối với trục ;
* β là gia tốc góc của vật rắn.

***\* Lưu ý***: Tổng đại số momen của các nội lực tác dụng lên vật rắn bằng không.

***e) Động năng quay của vật rắn quanh một trục cố định* *:***



**3. Chuyển động lăn không trượt của vành bánh xe (hoặc quả cầu, khối trụ) trên một mặt phẳng**

***a) Tốc độ dài và gia tốc khối tâm:***

**; **

Trong đó:

* ω là tốc độ góc;
* β là gia tốc góc (quanh trục đi qua tâm);
* R là bán kính bánh xe.

***b) Vận tốc của điểm M bất kì trên vành bánh xe:***

**

***c) Động năng của vật rắn lăn không trượt:***

**

**4. Định lí động năng**



Trong đó:

* A là công của ngoại lực tác dụng lên vật.
* K1 và K2 lần lượt là động năng lúc đầu và lúc sau của vật.

- Đối với vật rắn quay quanh một trục cố định  thì:



Trong đó:

* I là momen quán tính của vật rắn đối với trục quay .
*  và  lần lượt là tốc độ góc lúc đầu và lúc sau của vật rắn.

|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 14:** Cho cơ hệ như hình vẽ. Khối lượng của các vật lần lượt là m1 = 5 kg, m2 = 2 kg. Coi ròng rọc là đĩa tròn đồng chất, có khối lượng m = 2 kg phân bố đều, bán kính R = 10 cm. Bỏ qua ma sát giữa vật m2 và mặt phẳng nghiêng, coi sợi dây rất nhẹ, không dãn và không trượt trên ròng rọc. Bỏ qua momen cản ở trục ròng rọc. Cho α = 30o, lấy g = 10 m/s2. Hãy xác định:  a) Gia tốc của các vật m1, m2.  b) Gia tốc góc của ròng rọc.  c) Lực căng của các sợi dây nối với m1 và m2.  m  m2  m1  α |

***Hướng dẫn giải:***

- Các lực tác dụng lên vật m1 gồm: trọng lực  và lực căng dây .

- Các lực tác dụng lên vật m2 gồm: trọng lực , lực căng dây  và phản lực  của mặt phẳng nghiêng.

- Các lực tác dụng lên ròng rọc gây ra momen đối với trục quay gồm: lực căng dây và (trọng lực của ròng rọc và phản lực ở trục không gây ra momen quay).

- Vì  và bỏ qua ma sát nên vật  sẽ đi xuống, vật  đi lên.

a) Áp dụng định luật II Niu-tơn cho các vật m1 và m2, ta có:

+ Vật m1:  (1)

+ Vật m2:  (2)

+ Chiếu (1) lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống dưới, ta được:













m

m2

m1

α



y

O

x

(**+**)

 (3)

+ Chiếu (2) lên Ox:

 (4)

- Áp dụng phương trình cơ bản của chuyển động quay đối với ròng rọc, ta có:

 (5), với đĩa tròn: .

Vì sợi dây rất nhẹ nên ;  (6). Mặt khác: do sợi dây không dãn và không trượt trên ròng rọc nên a1 = a2 = a = β.R (7).

- Thay (6), (7) vào (3), (4), (5) ta được: 

- Cộng vế với vế các phương trình (8), (9), (10) ta suy ra:

 m/s2.

b) Gia tốc góc của ròng rọc:

- Từ (7) ta có:  rad/s2.

c) Lực căng của các sợi dây nối với m1 và m2:

- Từ (8) và (9) suy ra: ;

.

|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 15:** Một cái cột thẳng đồng chất, tiết diện đều, khối lượng phân bố đều, chiều dài ℓ = 2,7 m đang đứng thẳng cân bằng trên mặt đất nằm ngang. Do bị đụng nhẹ cột đổ xuống trong mặt phẳng thẳng đứng. Giả sử rằng đầu dưới của cột không bị trượt. Lấy g = 10 m/s2. Tính tốc độ dài của đầu trên của cột ngay trước khi nó chạm đất. |

***Hướng dẫn giải:***

- Các lực tác dụng lên cột gồm: trọng lực  và phản lực  của mặt đất tại đầu A. Vì đầu A không bị trượt nên phản lực  không sinh công, do đó cơ năng của cột được bảo toàn.

- Chọn gốc thế năng ở mặt đất. Gọi ω là tốc độ góc của cột ngay trước khi chạm đất. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho cột ở vị trí thẳng đứng và vị trí ngay trước khi chạm đất, ta có:

A

B



ℓ/2





ℓ

B

 (1)

Với I là momen quán tính của cột đối với trục quay đi qua đầu A, theo định lí Steiner – Huyghens, ta có:

 (2)

- Từ (1) và (2) suy ra: .

- Tốc độ dài của đầu trên của cột ngay trước khi nó chạm đất:

m/s.

***\* Lưu ý:*** Phương trình (1) cũng có thể nhận được nếu áp dụng định lí động năng: .

|  |
| --- |
| **VÍ DỤ 16:** Một hình trụ đặc đồng chất có bán kính R, khối lượng m phân bố đều, bắt đầu lăn không trượt từ đỉnh xuống chân của một dốc nghiêng góc α so với phương ngang. Ban đầu, khối tâm của hình trụ ở độ cao h so với chân dốc. Bỏ qua ma sát cản lăn. Hãy xác định gia tốc và vận tốc tịnh tiến của khối tâm hình trụ ở chân dốc bằng 2 phương pháp:  a) Phương pháp động lực học.  b) Phương pháp năng lượng. |

***Hướng dẫn giải:***

a) Phương pháp động lực học:

- Các lực tác dụng lên hình trụ gồm: trọng lực , lực ma sát nghỉ  (vì lăn không trượt) và phản lực  của mặt phẳng nghiêng.





h

α





C

- Phương trình chuyển động tịnh tiến của khối tâm hình trụ:

 (1)

Chiếu (1) lên phương mặt phẳng nghiêng, chiều dương hướng xuống dưới, ta được:

 (2)

- Phương trình chuyển động quay quanh khối tâm C của hình trụ:

 (3)

(Vì trọng lực  và phản lực  có giá đi qua khối tâm C nên không gây ra momen quay quanh khối tâm).

- Do hình trụ lăn không trượt nên:  (4)

- Từ (2), (3) và (4) ta suy ra:  (5)

- Quãng đường khối tâm hình trụ đi được từ đỉnh dốc đến chân dốc là:



- Áp dụng công thức của chuyển động biến đổi đều, ta có: .

Tại đỉnh dốc :  (6)

- Đối với hình trụ đặc: . Thay vào (5) và (6) ta được:

 và .

b) Phương pháp năng lượng:

- Động năng của hình trụ lăn không trượt ở chân dốc: **

Với ω là tốc độ góc của hình trụ trong chuyển động quay quanh khối tâm.

- Chọn gốc thế năng ở chân dốc. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hình trụ ở đỉnh dốc và chân dốc, ta có:

 (7)

- Do hình trụ lăn không trượt nên:  (8)

- Từ (7) và (8) ta suy ra: 

- Ta có:  .

- Đối với hình trụ đặc:    và .

**Đề bài các câu 168 – 169:** Một quả cầu đặc đồng chất có bán kính R, khối lượng m phân bố đều, bắt đầu lăn không trượt từ đỉnh xuống chân của một dốc nghiêng góc α so với phương ngang. Ban đầu, khối tâm của quả cầu ở độ cao h = 15R so với chân dốc. Bỏ qua ma sát cản lăn.

**Câu 168:** Gia tốc góc của quả cầu là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 169:** Vận tốc tịnh tiến của khối tâm quả cầu ở chân dốc là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 170:** Cho ba vật đồng chất: quả cầu đặc, hình trụ đặc và hình trụ rỗng có cùng khối lượng phân bố đều và bán kính ngoài. Tại cùng một thời điểm, cả ba vật bắt đầu lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng từ cùng một độ cao xuống mặt đất. Vật nào sẽ tới mặt đất đầu tiên?

**A.** Hình trụ đặc.  **B.** Quả cầu đặc.  **C.** Hình trụ rỗng.

**D.** Cả ba vật sẽ chạm mặt đất cùng một lúc.

**Câu 171:** Một vành tròn đồng chất có thành rất mỏng, bán kính R lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng, hợp góc α so với phương ngang. Gia tốc rơi tự do là g. Gia tốc góc của vành tròn là

**A.  B.  C.  D. **

**Câu 172:** Khi ngắt khỏi nguồn điện, quạt bắt đầu quay chậm dần đều đến khi dừng lại. Công và momen của lực cản lần lượt là  và . Số vòng quay mà quạt thực hiện được từ khi ngắt điện đến khi dừng lại là

**A. ** vòng.  **B. ** vòng.  **C. ** vòng. **D. ** vòng.